2013학년도 중등교사신규임용후보자선정경쟁시험

수 학

1차 시험	2 교시 (전공)	40문항 80점	시험 시간 120 분

○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
○ 문항의 배점이 1.5점과 2.5점인 문항에는 배점이 표시되어 있습니다. 나머지 문항은 2점입니다.
○ 각 문항의 정답을 컴퓨터용 흑색 사인펜을 사용하여 답안지에 표시하시오.

1. 제2차 세계대전 후 일어난 '수학교육 현대화 운동'에 대한 설명으로 옳은 것은? [1.5점]

① 논리적 엄밀성을 강조하지는 않았으나, 대수적 구조는 강조하였다.
② 무어(E. Moore)는 학교수학에서 순수수학과 응용수학을 극명하게 구분하려는 잘못된 경향이 만연해 있음을 비판하였다.
③ 톰(R. Thom)은 학교수학에서 엄밀한 공리적 취급은 타당하지 않으며, 집합과 논리와의 결합은 잘못된 것이라고 비판하였다.
④ 듀돈네(J. Dieudonné)는 현대수학의 조기 도입을 주장하였으나, 응용적 가치가 높은 유클리드 기하의 내용은 강조하였다.
⑤ 클라인(F. Klein)은 미적분과 해석기하를 조기에 도입하되, 그 기초적인 내용을 자연 현상과 관련지어 지도하자는 입장을 취하였다.

2. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 교육 내용 및 교수·학습상의 유의점에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 지수와 로그는 '수학 II' 과목에서 다루고, 지수함수와 로그함수는 '미적분 II' 과목에서 다룬다.
② 중학교에서 다루었던 집합은 '수학 II' 과목으로 이동하였으나, 함수를 다루는 데 필요한 정의역, 공역, 치역 용어는 중학교에서 다룬다.
③ 중학교에서 이진법은 삭제하였으나, 실생활에서 유용하게 활용되는 근삿값과 오차의 한계는 중학교에서 다룬다.
④ 중학교에서 작도는 삼각형을 작도하는 정도로만 다루고, 이를 이용하여 삼각형의 결정조건을 이해하도록 한다.
⑤ 등식의 성질, 정비례, 반비례, 줄기와 잎 그림, 회전체는 초등학교의 학습량 경감을 위하여 중학교로 이동하여 다룬다.

3. 스켐프(R. Skemp)의 이해와 관련된 설명 중 옳지 않은 것은?

① 등식의 성질을 이해하지 못하고 이항하여 일차방정식을 푸는 것은 도구적 이해의 예이다.
② 도구적 이해는 문제를 푸는 공식에 초점을 두기 때문에 관계적 이해보다 기억의 지속력이 더 강하다.
③ 관계적 이해를 통해 만족감을 얻게 되면, 새로운 자료도 관계적으로 이해하게 되고 능동적으로 찾게 된다.
④ 새로운 개념을 지도할 때 동화나 조절이 잘 이루어지도록 기존의 스키마를 잘 활용하는 것은 관계적 이해를 도모하기에 적절하다.
⑤ 관계적 이해는 무엇을 해야 할지 왜 그런지를 모두 알고 있고 일반적인 수학적 관계로부터 특수한 규칙이나 절차를 연역할 수 있는 능력이다.

4. 딘즈(Z. Dienes)는 놀이를 통한 수학 개념의 학습 과정을 다음과 같이 여섯 단계로 제시하였다.

1단계	2단계	3단계	4단계	5단계	6단계
자유놀이	(가)	(나)	(다)	(라)	형식화

위의 (가), (나), (다), (라)에 들어갈 것으로 모두 옳은 것은?

	(가)	(나)	(다)	(라)
①	게임	표현	공통성의 탐구	기호화
②	게임	공통성의 탐구	표현	기호화
③	게임	공통성의 탐구	기호화	표현
④	공통성의 탐구	표현	게임	기호화
⑤	공통성의 탐구	게임	표현	기호화

한국교육과정평가원

5. 다음은 다면체에 대한 오일러(L. Euler)의 추측, 이에 대한 개략적 증명, 그와 관련된 세 가지 사례를 제시한 것이다. 라카토스(I. Lakatos)의 오류주의 수리철학의 입장에서 옳은 설명인 것은? [2.5점]

(오일러의 추측)

다면체의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 V, E, F라 할 때, $V-E+F=2$ 이다.

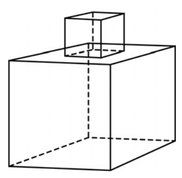
(개략적 증명)

[1단계] 탄력이 좋고 속이 비어 있는 다면체를 상상하고서 그 다면체의 어떤 한 면을 제거한 후, 제거된 면에 다른 면들이 평면 그물처럼 펼쳐지도록 만든다. 이때, 면이 1개 줄게 되므로, 본래의 다면체에 대하여 $V-E+F=2$ 임을 보이는 것은 평평한 그물에 대해 $V-E+F=1$ 임을 보이는 것과 같다.

[2단계] 모든 면이 삼각형이 될 때까지 각 면에 대각선을 긋는다. 대각선을 1개 그을 때마다, E, F는 각각 1개씩 늘어나므로 $V-E+F$의 값은 변하지 않는다.

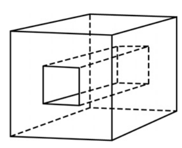
[3단계] 삼각형으로 분할된 그물에서, 모서리와 면을 1개씩 없애거나 모서리 2개, 꼭짓점 1개, 면 1개를 없애는 방식으로, 삼각형을 하나씩 제거하여 단 하나의 삼각형만 남도록 한다. 삼각형을 제거하는 과정에서 $V-E+F$의 값은 변하지 않고 마지막에 남은 삼각형에 대해 $V-E+F$의 값은 1이 되므로, 원래의 추측을 증명한 것이다.

사례 ㉠



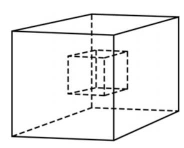
정육면체에 작은 정육면체 볏이 달린 입체

사례 ㉡



정육면체에 네모 구멍이 뚫린 입체

사례 ㉢



정육면체 속에 작은 정육면체가 비어 있는 입체

① 사례 ㉠은 [1단계]와 [2단계]를 통과하지만 [3단계]는 통과하지 못한다.
② 사례 ㉢은 [1단계]를 통과하지 못하는 국소적 반례인 동시에 추측을 반박하는 전면적 반례이다.
③ 괴물배제법은 사례 ㉠, ㉢과 같은 전면적 반례를 수용해서 원래의 추측이 틀렸다고 인정하는 방법이다.
④ 사례 ㉠은 [1단계]에 대한 국소적 반례인데, 그 반례를 가지고 [1단계]를 분석하는 과정을 통해 '단순 연결된 면을 가진 다면체'라는 개념을 생성해 낼 수 있다.
⑤ 예외배제법은 사례 ㉠, ㉡과 같은 전면적 반례를 다면체의 예외적인 경우로 인정하고 원래의 추측에 그 예외를 언급한 조건절을 첨가하는 것이기 때문에, 다면체의 정의를 정교화하는 데 기여한다.

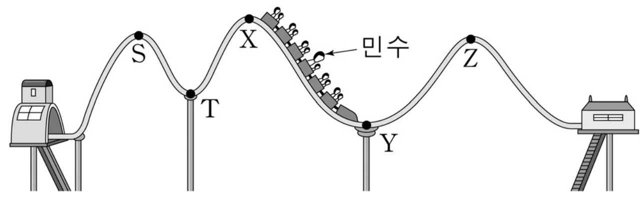
6. 폴리아(G. Polya)의 수학관 및 수학 문제해결 교육론에 대한 설명으로 가장 적절한 것은?

① 수학 문제해결 과정에서 학생이 교사의 시범을 모방하는 것은 바람직하지 않다.
② 수학적 지식의 발견은 귀납에 의해서가 아니라 하나의 전형적인 예에 대한 관찰에 의해 이루어진다.
③ 수학 문제해결 과정에서 인내하고 작은 진전의 가치를 인식하는 것과 같은 정의적 측면의 교육을 중요시하였다.
④ 수학 문제해결 과정에서 문제와 관련된 요소를 재조직하고 그 요소 사이의 관련성을 파악하게 하는 측면을 간과하였다.
⑤ 문제제기 활동은 해결의 실마리나 단서를 찾고 주의를 집중하는 데 방해가 되므로 문제해결의 계획 단계에서 하지 않는 것이 바람직하다.

7. 다음은 함수의 극대와 극소에 대한 수업 상황 (가), (나)에서 교사와 학생이 나눈 대화의 일부이다.

(가)

김 교사 : 오늘은 함수의 극대와 극소에 대하여 알아보려고 합니다. ([그림]을 제시하며) 이 그림은 놀이 공원의 궤도 열차가 움직이는 모습을 옆에서 바라본 것입니다. 이 열차에 타고 있는 민수가 바로 앞의 승객과 바로 뒤의 승객보다 위에 위치하게 되는 지점을 말해 보세요. 또 민수가 바로 앞의 승객과 바로 뒤의 승객보다 아래에 위치하는 지점을 말해 보세요.



[그림]

학생 A : [그림]의 점 S, X, Z에서 민수가 바로 앞의 승객과 바로 뒤의 승객보다 위에 위치하게 됩니다. 그리고 점 T와 Y에서 아래에 위치합니다.

김 교사 : 네, 그래요. 연속인 함수 $f(x)$의 그래프가 [그림]의 궤도 열차가 지나가는 길과 같은 모양일 때, 함수 $f(x)$의 증감상태를 살펴봅시다.

(나)

박 교사 : 함수 $g(x)=|x|$는 극값을 갖나요?

학생 B : $g(x)=|x|$의 그래프 모양이 뾰족해서 극값을 갖지 않습니다. 함수들이 극값을 가질 때는 그 그래프 모양이 항상 매끄러운 곡선이었거든요.

박 교사 : 극값을 갖는지 알려면 극대, 극소의 정의를 알아야 합니다. (곧바로 함수의 극대와 극소의 정의를 말한 후) $g(x)=|x|$는 $x=0$의 좌우에서 감소상태가 증가 상태로 바뀌죠?

학생 B : (대답없음)

박 교사 : 그러니까 $x=0$에서 극솟값을 갖겠죠?

학생 B : (대답없음)

위의 수업 상황 (가), (나)에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. (가)에서 김 교사는 함수의 극대와 극소의 의미를 개인화/배경화(personalization/contextualization) 시키고 있다.

ㄴ. (나)에서 학생 B는 함수의 그래프가 매끄러운 곡선 모양일 때만 극값을 가진다는 개념이미지를 지니고 있다.

ㄷ. (나)에서는 조르단 효과(주르뎅 효과, Jourdain effect)가 나타났다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 함수의 역사적 발달과 관련된 설명 중 옳은 것은? [1.5점]

① 함수는 주로 정적인 맥락, 즉 여러 상황에 대한 동시 고려의 필요성이 제기되는 맥락에서 17세기 무렵부터 의식적으로 사용되기 시작하였다.

② 함수 기호 $f(x)$는 17세기말 라이프니츠(G. W. Leibniz)와 베르누이(J. Bernoulli)의 서신 교환에서 사용되었다.

③ 오일러(L. Euler)는 함수를 '어떤 양이 다른 양에 종속된다면 전자를 후자의 함수'라고 표현하였고, 이후에 '변하는 것과 어떤 상수가 결합된 크기'로 새롭게 표현하였다.

④ 디리클레(Dirichlet) 함수의 출현은 독립변수와 종속변수의 구분이 명확해지는 결정적 계기가 되었다.

⑤ 부르바키(Bourbaki) 학파는 집합 이론에 기초하여 '순서쌍의 집합의 부분집합'이 어떤 특정한 조건을 만족할 때, 그 부분집합을 함수로 정의하였다.

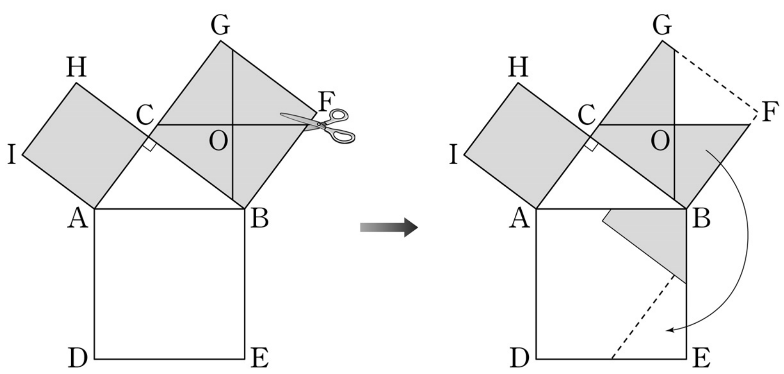
9. 다음은 중학교에서 다루는 피타고라스 정리에 관한 $\boxed{\text{문제}}$이다.

$\boxed{\text{문제}}$

직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그려서 다음과 같은 [단계 1], [단계 2]를 통해 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여라.

[단계 1]
정사각형 CBFG의 두 대각선의 교점 O를 지나고 두 변 AB와 BE에 평행한 선분을 각각 긋고, 그어진 선을 따라 4개의 사각형을 오린다.

[단계 2]
[단계 1]에서 오려 낸 4개의 사각형과 정사각형 ACHI를 정사각형 ADEB에 채워 본다.



[단계 1] [단계 2]

위의 $\boxed{\text{문제}}$에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

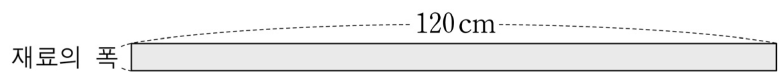
ㄱ. 수학적 아이디어를 구체적 조작과 탐구 활동을 통하여 정당화할 수 있는 예이다.
ㄴ. 반 힐레(P. van Hiele)가 제시한 기하 학습 수준에서 도형의 구성 요소와 성질에 주목하여 이를 인식하는 기술적/분석적 수준에 해당하는 활동의 예이다.
ㄷ. 2009 개정 교육과정에 따른 중학교 수학과 교육과정에 비추어 볼 때, 위의 $\boxed{\text{문제}}$를 해결한 후 가정, 결론 용어를 사용하는 연역적 증명 방법에 의한 교수・학습이 뒤따라야 한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

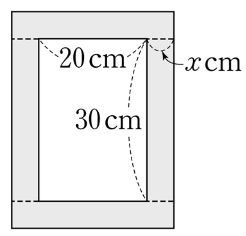
10. 다음은 A 교사가 제시한 과제와 B 모둠이 제출한 답안이다. 이와 관련된 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [2.5점]

$\boxed{\text{A 교사가 제시한 과제}}$

사진을 액자에 넣기 위해 액자틀을 만들 때, 사진의 크기나 액자틀의 폭에 따라 필요한 재료의 길이가 달라진다. 가로의 길이 20 cm, 세로의 길이 30 cm인 사진을 넣기 위해 직사각형 모양의 액자를 만들려고 한다. 아래 그림과 같은 120 cm 길이의 재료를 남김없이 사용하여 액자틀을 만들었다면 액자틀의 폭은 얼마인가? (단, 액자틀의 폭과 재료의 폭은 같으며, 재료의 두께는 고려하지 않는다.)



$\boxed{\text{B 모둠의 답안}}$



[가] 이 문제를 해결하기 위해서 필요한 액자틀의 폭을 x cm, 재료의 길이를 y cm라 한다.

[나] 액자틀의 가로의 길이는
$20+2x$(cm)이므로,
$y=2\{(20+2x)+30\}=4x+100$ 이다.

[다] 문제에서 주어진 재료의 길이는 120 cm이므로,
$120=4x+100$
$x=5$
따라서 폭이 5 cm인 액자틀을 만들 수 있다.

[라] 우리 모둠에서는 사진의 크기와 액자틀의 폭이 달라짐에 따라 필요한 재료의 길이에 대해서도 알아보았다.
그 결과, 사진의 가로의 길이가 a cm, 세로의 길이가 b cm, 액자틀의 폭이 x cm일 때, 필요한 재료의 길이를 y cm라 하면 $y=2\{(a+2x)+b\}=4x+2(a+b)$ 이다.

<보 기>

ㄱ. [가]는 수직적 수학화에 해당한다.
ㄴ. [나]에서는 문제 상황에 영향을 미치는 요인들의 관계를 수학적으로 해석하여 주어진 문제 상황에 적합한 모델을 구축하였다.
ㄷ. [라]는 [가], [나], [다]를 통해 얻은 결과를 일반화한 것이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 확률과 통계의 교수·학습에 대한 논의 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 물리적으로 비대칭적인 압정이나 윷은 라플라스(P. S. Laplace)의 고전적 확률 정의가 적용되지 않는 상황이 있음을 이해시키는 데 교수·학습 소재로 이용될 수 있다.

ㄴ. 2009 개정 교육과정에 따른 중학교 수학과 교육과정에 의하면, 확률은 실험이나 관찰 상황에서 구한 상대도수로서의 의미와 경우의 수의 비율로서의 의미를 연결하여 이해하게 한다.

ㄷ. 어느 도시 인구의 40 % 정도가 안경을 쓴 사람이라고 할 때 5명 중 2명은 반드시 안경을 쓴 사람일 것이라 생각하는 것과 같이, 학생들이 '작은 표본이어도 모집단과 유사하다.'고 생각하는 경향은 교수·학습을 통해 교정되어야 할 필요가 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 다음은 김 교사가 평가도구 개발 단계에서 제작한 고등학교의 도형의 방정식에 대한 문항과 그 채점 기준이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

문항

어떤 공장에서 제품 A, B를 P, Q 두 팀으로 나누어 생산하고 있다. 이때 제품 A, B를 각각 1톤 생산하는 데 필요한 시간과 제품에서 얻는 이익은 아래 표와 같다.

제품	1톤 생산하는 데 필요한 시간		이익
	P팀	Q팀	
A	2시간	2시간	30만원
B	1시간	3시간	20만원

하루에 일하는 시간이 P팀은 8시간, Q팀은 12시간을 초과할 수 없다고 할 때, 이 공장에서 하루에 제품 A, B를 생산하여 얻을 수 있는 최대 이익은 얼마인지 구하여라. 풀이 과정과 답을 쓰시오. [10점]

문항 정보

평가 목표	행동 영역			
부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있다.	계산	이해	추론	문제해결

채점 기준

채점 요소	배점
문제 상황을 연립부등식으로 나타낸다.	2점
연립부등식이 나타내는 영역을 좌표평면 위에 나타낸다.	3점
하루 이익이 최대인 경우를 찾는다.	3점
최대 이익(130만원)을 구한다.	2점

<보 기>

ㄱ. 문항은 주어진 수학 외적 상황과 수학 내용의 관련성을 파악하여 문제를 해결한다는 측면에서 볼 때, 문항 정보의 행동 영역에서 문제해결로 분류하는 것이 적절하다.

ㄴ. 문항은 개방형 문제(open-ended problem)로서, 수학적 개념과 기능을 학생들이 얼마나 습득하고 이를 적용할 수 있는지를 평가하기에 적합하다.

ㄷ. 채점 기준은 분석적 점수화 방법에 따라 만들어진 기준으로, 주어진 문제를 해결하는 데 필요한 과정을 구체화하여 각 과정별로 채점 요소를 정해 점수를 부여한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

한국교육과정평가원

13. 실수체 $\mathbb{R}$ 위의 벡터공간 $\mathbb{R}^5$에 속하는 벡터 v_1, v_2, v_3에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [1.5점]

<보 기>

ㄱ. v_1, v_2, v_3이 일차독립이면 $v_1+v_2+v_3$, v_2+v_3, v_3도 일차독립이다.

ㄴ. 집합 $\{av_1+bv_2+cv_3 \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$는 $\mathbb{R}^5$의 부분공간이다.

ㄷ. 5차 정사각행렬 A에 대하여 두 방정식 $Ax=v_1$, $Ax=v_2$가 모두 해를 가지면 방정식 $Ax=2v_1+v_2$도 해를 가진다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 실수체 $\mathbb{R}$ 위의 벡터공간 $\mathbb{R}^3$에 대하여 선형사상 $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$을

$$T(x, y, z) = (x+y-2z, y, x-2z)$$

로 정의하자. T의 상(image) $\mathrm{im}(T)$와 T의 핵(kernel) $\ker(T)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [2.5점]

<보 기>

ㄱ. $\mathrm{im}(T)$의 차원은 1이다.

ㄴ. 벡터 $(1,0,0)$의 $\ker(T)$ 위로의 직교정사영(orthogonal projection)은 $\frac{2}{5}(2,0,1)$이다.

ㄷ. 벡터 (x,y,z)의 $\ker(T)$ 위로의 직교정사영을 $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$로 나타낼 때, 행렬 A의 고유치(eigenvalue, characteristic value)를 모두 더한 값은 1이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 정수 3은 법 50에 대한 원시근(primitive root)이다. 1보다 크거나 같고 25보다 작거나 같은 정수 중 합동식

$$x^{12} \equiv -9 \pmod{50}$$

의 해를 모두 더한 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

16. 소수 $p\,(p>2)$에 대하여 $-2p$가 $935\,(=5\times 11\times 17)$의 이차잉여(quadratic residue)일 때, p의 이차잉여만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. -11 ㄴ. 5 ㄷ. 17

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

17. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 함수 $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_3$을 $f(k)=([k]_2,\ [k]_3)$으로 정의할 때, $\ker(f)=6\mathbb{Z}$이다.
(단, $[k]_n$은 $\mathbb{Z}$에서 법 n에 대한 k의 합동류(congruence class)이고, $\ker(f)$는 f의 핵(kernel)이다.)

ㄴ. 군 G의 잉여군(quotient group, factor group) $G/Z(G)$가 순환군(cyclic group)이면 G는 아벨군(가환군)이다.
(단, $Z(G)$는 G의 중심(center)이다.)

ㄷ. 위수(order)가 400인 아벨군 중에서 서로 동형이 아닌 것의 종류는 8가지이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 환 $\mathbb{Z}_n$의 0이 아닌 원소 a가 영인자(zero divisor)이면 a는 단원(unit)이 아니다.

ㄴ. 정역(integral domain) R의 표수(characteristic) n이 양수이면 n은 소수이다.

ㄷ. 다항식 $x^7+9x^4+3x^2-15x+12$는 $\mathbb{Q}[x]$에서 기약(irreducible)이다.

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 실수 $\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$일 때 환 $\mathbb{Z}[\alpha]=\{a+b\alpha\mid a, b\in\mathbb{Z}\}$와 행렬환 $M_2(\mathbb{Z}_3)$에 대하여 환준동형사상(ring homomorphism) $\varphi:\mathbb{Z}[\alpha]\to M_2(\mathbb{Z}_3)$을 다음과 같이 정의하자.

$$\varphi(a+b\alpha)=\begin{pmatrix}[a+b]_3 & [b]_3\\ [b]_3 & [a]_3\end{pmatrix}$$

(단, $[k]_3$은 $\mathbb{Z}$에서 법 3에 대한 k의 합동류이다.)

φ의 핵(kernel) $\ker(\varphi)$와 φ의 상(image) $\mathrm{im}(\varphi)$에 대하여 옳은 것은? (단, $\langle a\rangle$는 a로 생성되는 주아이디얼(principal ideal)이고, F_n은 위수가 n인 유한체이다.)

① $\ker(\varphi)=\langle 3\rangle$이고, $\mathrm{im}(\varphi)$는 F_9와 환동형이다.
② $\ker(\varphi)=\langle 3\rangle$이고, $\mathrm{im}(\varphi)$는 $\mathbb{Z}_3\times\mathbb{Z}_3$과 환동형이다.
③ $\ker(\varphi)=\langle 9\rangle$이고, $\mathrm{im}(\varphi)$는 F_{27}과 환동형이다.
④ $\ker(\varphi)=\langle 9\rangle$이고, $\mathrm{im}(\varphi)$는 $\mathbb{Z}_9\times\mathbb{Z}_3$과 환동형이다.
⑤ $\ker(\varphi)=\langle 9\rangle$이고, $\mathrm{im}(\varphi)$는 $\mathbb{Z}_{27}$과 환동형이다.

20. F는 체 $\mathbb{Z}_2$의 유한확대체(finite extension field)이다. $[F:\mathbb{Z}_2]=60$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. K가 F의 부분체(subfield)이면 $\mathbb{Z}_2\subseteq K$이다.

ㄴ. F의 두 부분체 K_1과 K_2가 $[F:K_1]=5$, $[F:K_2]=10$을 만족하면 $K_2\subseteq K_1$이다.

ㄷ. F의 두 부분체 K_1과 K_2가 $[F:K_1]=6$, $[F:K_2]=10$을 만족하면 $K_1\cap K_2=\mathbb{Z}_2$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

한국교육과정평가원

21. 모든 항이 양수인 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴할 때, 수렴하는 급수만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_n^2+1}$

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty}(e^{a_n}-1)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

22. 수렴하는 이상적분(특이적분, improper integral)만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\int_1^{\infty}\frac{x+1}{x\sqrt{x^4+1}}dx$

ㄴ. $\int_2^{\infty}\frac{1}{\ln x}dx$

ㄷ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\cos x+\sqrt{1-\sin x}}dx$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

23. 정의역이 실수 전체의 집합인 함수

$$f(x)=\begin{cases}\sin\frac{1}{x} & (x\neq 0)\\ \frac{1}{2} & (x=0)\end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\lim_{n\to\infty}x_n=0$이고 $\lim_{n\to\infty}f(x_n)=f(0)$인 순감소(strictly decreasing)수열 $\{x_n\}$이 존재한다.

ㄴ. $f(a)<\gamma<f(b)$이면 $f(c)=\gamma$를 만족시키는 c가 a와 b 사이에 존재한다.

ㄷ. 함수 $g(x)=xf(x)$는 구간 $(0,1)$에서 균등연속(평등연속, 고른연속, uniformly continuous)이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 f에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 모든 양수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이면 $f'(0)=0$이다.

ㄴ. $f(1)-f(0)=\frac{f'(c)}{2c}$를 만족시키는 실수 c가 0과 1 사이에 존재한다.

ㄷ. $(f')^3$이 단조증가(monotone increasing)함수이면 f'은 연속함수이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. 구간 $[0,1]$에서 미분가능한 함수열 $\{f_n\}$이 함수 f로 점별수렴(pointwise convergence)한다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 함수열 $\{f_n\}$이 균등수렴(평등수렴, 고른수렴, uniform convergence)하면 f는 균등연속(평등연속, 고른연속, uniformly continuous)함수이다.

ㄴ. 함수 f가 $[0,1]$에서 리만적분가능(Riemann integrable)하면 $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x)dx$ 이다.

ㄷ. 함수열 $\{f_n{}'\}$이 균등수렴하면 함수열 $\{f_n\}$도 균등수렴한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

26. 실수열 $\{a_n\}$에 대하여, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\{a_n\}$이 유계(bounded)이고 실수열 $\{b_n\}$이 코시수열(Cauchy sequence)이면 $\{a_nb_n\}$은 코시수열이다.

ㄴ. $\{a_n\}$이 유계이고 수렴하지 않으면, $\{a_n\}$의 수렴하는 부분수열(subsequence) 중 $\lim_{k\to\infty} a_{n_k} \neq \lim_{k\to\infty} a_{m_k}$인 부분수열 $\{a_{n_k}\}$, $\{a_{m_k}\}$가 존재한다.

ㄷ. $\{a_n\}$의 상극한(limit superior, $\overline{\lim_{n\to\infty}} a_n$, $\limsup_{n\to\infty} a_n$)이 1이면, 임의의 $\varepsilon > 0$에 대하여 $a_n < 1-\varepsilon$을 만족시키는 n의 개수는 유한하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

27. 두 실수 a와 b에 대하여 복소함수

$$f(x+iy) = (x^3 - 2axy - bxy^2) + i(2x^2 - ay^2 + bx^2y - y^3)$$

(x, y는 실수)

가 정함수(entire function)일 때, a^2+b^2의 값은? [1.5점]

① 10 ② 13 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

28. $\boxed{조건}$을 만족시키는 고립특이점(isolated singularity) $z=0$을 갖는 복소함수만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [2.5점]

$\boxed{조건}$ 임의의 $w \in \mathbb{C}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} z_n = 0$이고 $\lim_{n\to\infty} f(z_n) = w$인 수열 $\{z_n\}$이 존재한다.

<보 기>

ㄱ. $f(z) = z\sin\frac{1}{z}$

ㄴ. $f(z) = \frac{\sin z}{e^z - 1}$

ㄷ. $f(z) = \frac{1}{\sin z}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

29. 실수 전체의 집합을 $\mathbb{R}$, 유리수 전체의 집합을 $\mathbb{Q}$라 할 때, 가산집합(countable set)만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [1.5점]

<보 기>

ㄱ. $\mathbb{Q}\times(\mathbb{R}-\mathbb{Q})$

ㄴ. $\{F\,|\,F$는 $\mathbb{Q}$의 유한부분집합$\}$

ㄷ. 상집합(quotient set) $\mathbb{R}/\sim$
(단, $\sim$은 $\mathbb{R}$에서
$$x\sim y \Leftrightarrow x-y\in\mathbb{Q}$$
로 정의된 동치관계(equivalence relation)이다.)

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

30. 실수 전체의 집합 $\mathbb{R}$에 대하여 $\{[a,b)\,|\,a,b\in\mathbb{R}\}$를 기저(base)로 하는 $\mathbb{R}$ 위의 위상을 $\mathfrak{I}$라 하자. 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$를 $f(x)=|x|$로 정의하고,

$$\mathfrak{I}_1=\{f^{-1}(G)\,|\,G\in\mathfrak{I}\}$$

라 하자. 위상공간 $(\mathbb{R},\mathfrak{I}_1)$에서 집합 $(-2,1)$의 내부(interior) A와 집합 $[1,2)$의 내부 B를 옳게 나타낸 것은?
(단, $|x|$는 x의 절댓값이고, $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}\,|\,a<x<b\}$,
$[a,b)=\{x\in\mathbb{R}\,|\,a\le x<b\}$이다.)

① $A=\varnothing$, $B=\varnothing$
② $A=\varnothing$, $B=(1,2)$
③ $A=(-1,1)$, $B=\varnothing$
④ $A=(-1,1)$, $B=(1,2)$
⑤ $A=(-1,1)$, $B=[1,2)$

31. 자연수 전체의 집합 $\mathbb{N}$과 자연수 n에 대하여 $A_n=\{k\in\mathbb{N}\,|\,k\ge n\}$이라 하고, $\{A_n|\,n\in\mathbb{N}\}$을 기저(base)로 하는 $\mathbb{N}$ 위의 위상을 $\mathfrak{I}$라 하자. $X=(\mathbb{N},\mathfrak{I})$라 하고, $Y=[0,1]$을 $(\mathbb{R},\mathfrak{I}_u)$의 부분공간(subspace)이라 할 때, 적공간(product space) $X\times Y$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $[0,1]=\{x\in\mathbb{R}\,|\,0\le x\le 1\}$이고, $\mathfrak{I}_u$는 실수 전체의 집합 $\mathbb{R}$ 위의 보통위상(usual topology)이다.)

<보 기>

ㄱ. 집합 $\{2n\,|\,n\in\mathbb{N}\}\times(Y\cap\mathbb{Q})$는 $X\times Y$에서 조밀(dense)하다. (단, $\mathbb{Q}$는 유리수 전체의 집합이다.)

ㄴ. 함수 $f:X\to X\times Y$를 $f(n)=\left(2n,\ \dfrac{1}{n}\right)$로 정의하면 f는 연속함수이다.

ㄷ. $X\times Y$는 콤팩트공간이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

32. 실수 전체의 집합 $\mathbb{R}$ 위의 보통위상(usual topology) $\mathfrak{I}_u$에 대하여 $X=(\mathbb{R},\mathfrak{I}_u)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}\,|\,a<x<b\}$이다.) [2.5점]

<보 기>

ㄱ. X의 부분공간(subspace) $\mathbb{Q}$는 연결(connected)공간이다. (단, $\mathbb{Q}$는 유리수 전체의 집합이다.)

ㄴ. X의 부분공간 $(-2,-1)\cup(0,1)\cup\{\sqrt{2}\}$의 성분(component)의 개수는 3이다.

ㄷ. $Y=\{1,2,3,4\}$가 X의 부분공간일 때, $f(5)\ne f(6)$인 연속함수 $f:X\to Y$가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

33. 좌표공간에서 두 단위속력 곡선

$$\alpha(t)=\left(3\cos\frac{t}{5},\ 3\sin\frac{t}{5},\ \frac{4}{5}t\right),$$

$$\beta(t)=\left(3\cos\frac{t}{5},\ 3\sin\frac{t}{5},\ -\frac{4}{5}t\right)$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 곡선 α의 곡률(curvature) κ_α와 곡선 β의 곡률 κ_β에 대하여 $\kappa_\alpha=\kappa_\beta$이다.

ㄴ. 곡선 α의 열률(꼬임률, 비틀림률, torsion) τ_α와 곡선 β의 열률 τ_β에 대하여 $\tau_\alpha=-\tau_\beta$이다.

ㄷ. $\beta(t)=L(\alpha(t))$이고 L을 나타내는 행렬의 행렬식이 1인 직교변환(orthogonal transformation) L이 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

34. 좌표공간에 원환면(torus)

$$T=\{(x,\,y,\,z)\mid(\sqrt{x^2+y^2}-2)^2+z^2=1\}$$

과 평면

$$P=\{(x,\,y,\,z)\mid y+z=0\}$$

이 있다. 원환면 T와 평면 P의 교집합에 놓여 있는 단위속력 곡선 $\alpha:(-1,1)\to T\cap P$가 $\alpha(0)=(1,0,0)$을 만족시킬 때, 점 $(1,0,0)$에서 곡선 α의 원환면 T에 대한 법곡률(normal curvature)의 절댓값은?

① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

35. 동전 3개를 동시에 던져서 모두 앞면이 나오는 경우를 성공이라고 하자. 동전 3개를 동시에 던지는 시행을 독립적으로 반복할 때, 5번 성공할 때까지의 시행 횟수를 확률변수 X라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $P(X\le 4)=0$

ㄴ. $\sum_{k=1}^{\infty}P(X=k)=1$

ㄷ. $P(X=13)={}_{12}\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{8}\right)^5\left(\frac{7}{8}\right)^8$

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

36. 연속확률변수 X의 확률밀도함수(probability density function) $f(x)$가

$$f(x)=\frac{2}{3}x\ \ (1<x<2)$$

이다. 확률변수 $Y=\frac{2}{X}$에 대하여 Y의 기댓값 $E[Y]$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

한국교육과정평가원

37. 어느 지역의 성인 300명을 대상으로 조사한 결과, 영양제를 주 2회 이상 복용하는 사람이 180명이었다. 이 지역의 성인 중 영양제를 주 2회 이상 복용하는 사람의 비율에 대한 99% 신뢰구간은? (단, $\sqrt{2}$는 1.41로 계산하고, $Z \sim N(0,1)$일 때 $P(|Z| \le 2.58) = 0.99$이다. 소수점 아래 다섯째 자리에서 반올림한다.)

① (0.5472, 0.6528) ② (0.5372, 0.6628)
③ (0.5272, 0.6728) ④ (0.5172, 0.6828)
⑤ (0.5072, 0.6928)

38. 점화식

$$d_0 = 1,\quad d_1 = \frac{3}{2} + 4\sqrt{5},\quad d_n = 3d_{n-1} - d_{n-2}\ (n \ge 2)$$

에 대하여 $d_n = ap^n + bq^n$일 때, $a+b+p+q$의 값은?
(단, a, b, p, q는 상수이다.)

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

39. A, B, C, D, E 다섯 종류의 과자가 있다. 이 중에서 A 과자를 4개 이상 포함하지 않도록 과자 12개를 택하는 경우의 수는? (단, 각 종류의 과자는 12개 이상씩 있다.)

① 1310 ② 1315 ③ 1320 ④ 1325 ⑤ 1330

40. 꼭짓점의 개수가 6인 단순그래프(simple graph)에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 꼭짓점의 차수(degree)가 4, 4, 3, 3, 2, 0인 단순그래프가 존재한다.
ㄴ. 꼭짓점의 차수가 2, 2, 2, 2, 2, 2인 단순그래프는 유일하다.
ㄷ. 꼭짓점의 차수가 $d_1,\ d_2,\ d_3,\ d_4,\ d_5,\ d_6$ $(d_1 > d_2 > d_3 > d_4 > d_5 > d_6 > 0)$인 단순그래프가 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 수 고 하 셨 습 니 다 -