

2017학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험

수 학

수험 번호 : ()

성 명 : ()

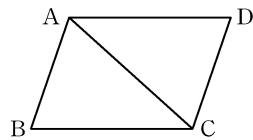
제1차 시험	2 교시 전공 A	14문항 40점	시험 시간 90분
--------	-----------	----------	-----------

- 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하십시오.
- 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

1. 다음은 중학교 1~3학년군 기하 영역의 작도와 합동 단원 수업의 일부이다.

김 교사: 지금까지 삼각형의 합동 조건을 배웠습니다. 이제 삼각형의 합동 조건을 이용하여 다음을 설명해 봅시다.

사각형 ABCD에서
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 일 때,
 삼각형 ABC와 삼각형 CDA가
 합동임을 설명하십시오.



(김 교사는 위 문제에서 두 삼각형이 합동임을 연역적으로 설명한다.) …… ㉠

학생 A: $\angle ACB = \angle CAD$, $\angle BAC = \angle DCA$ 이고 변 AC가 공통이라는 조건을 어떻게 찾았는지 궁금합니다.

김 교사: 좋은 질문입니다. 위의 문제는 삼각형 ABC와 삼각형 CDA가 합동임을 보이는 것입니다. ㉠이런 문제를 만났을 때 우선 이 두 삼각형이 합동이 된다고 생각하고, 합동이 되기 위해서는 어떤 조건을 만족해야 하는지를 찾아봅니다.

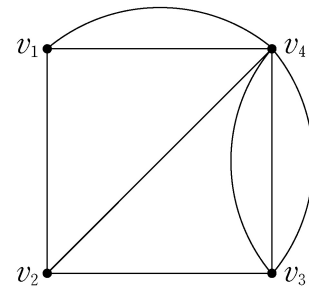
학생 B: 그림에서 변 AC가 공통이니까 $\angle ACB = \angle CAD$, $\angle BAC = \angle DCA$ 이어야 할 것 같아요.

김 교사: 잘 찾았어요. 그리고 그 양 끝각의 크기가 각각 같기 위해서는 두 대변이 평행이어야 합니다. 이것은 문제에서 조건으로 주어져 있습니다. ㉡ 문제에 대한 ㉠의 설명에서는 문제에서 주어진 조건과 찾아낸 세 조건을 이용하여 두 삼각형이 합동임을 보이고 있습니다.

… (하략) …

김 교사는 ㉠에서 풀이 계획을 발견하는 방법을 설명하고 ㉡에서 그 계획을 실행하는 방법을 설명하고 있다. ㉠과 ㉡에 해당하는 방법을 순서대로 쓰시오. [2점]

2. 다음 그래프의 인접행렬(adjacency matrix)을 A라 할 때, A의 모든 성분의 합을 구하십시오. [2점]



3. 환 \mathbb{Z}_{60} 의 잉여환(factor ring, quotient ring)으로 나타내어지는 모든 체(field)의 직접곱(직적, direct product)을 R라 하자. 환 R의 표수(characteristic)를 구하십시오. [2점]

4. 좌표평면에서 영역 D 가

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$$

일 때, 중적분 $\iint_D 3 \cos(x^3) dA$ 의 값을 구하시오. [2점]

5. 좌표평면의 영역

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4, x + y \leq 4\}$$

에서 함수 $f(x, y) = 4x - 2xy + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [2점]

6. 복소수 $z = x + iy$ (x, y 는 실수)에 대한 함수

$$f(z) = (x^n y + xy^n + x + y) + iv(x, y)$$

가 $z=1$ 에서 해석적(analytic)이 되도록 하는 자연수 n 의 값과 이때의 $f'(1)$ 의 값을 각각 구하시오.

(단, $v(x, y)$ 는 실숫값 함수이다.) [2점]

7. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수(probability density function) $f_X(x)$ 는

$$f_X(x) = \frac{2}{9}x - \frac{2}{9} \quad (1 < x < 4)$$

이다. X 와 같은 분포를 따르고 서로 독립인 2개의 연속확률변수 X_1, X_2 에 대하여 $Y = \min\{X_1, X_2\}$ 일 때, 확률 $P\left(Y < \frac{5}{2}\right)$ 를 구하시오. (단, $\min\{a, b\}$ 는 a 와 b 중 크지 않은 수이다.) [2점]

8. 3차원 유클리드 공간 \mathbb{R}^3 의 한 평면에 있고 곡률(curvature)이 양인 단위속력곡선(unit speed curve) $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 에 대하여, 점 $\gamma(s)$ 에서의 접선벡터(tangent vector)를 $T(s)$, 주법선벡터(principal normal vector)를 $N(s)$ 라 하자. 곡선 $\beta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 을 $\beta(s) = \frac{1}{2}T(s) + N(s)$ 로 정의할 때, 모든 양수 t 에 대하여 $s=0$ 에서 $s=t$ 까지 곡선 β 의 길이는 $3t$ 이다. $s=1$ 일 때, 곡선 γ 의 곡률을 구하시오. [2점]

9. 다음은 투키(J. Tukey)가 제안한 탐색적 자료 분석의 관점을 적용한 중학교 3학년 통계 영역 수업의 일부이다.

김 교사: 지난 시간에 우리가 사는 지역의 환경 보전을 위하여 탄소 배출량 줄이기 프로젝트를 수행하기로 결정하였습니다. 프로젝트의 자료를 수집하기 위하여 전체 학생 647명 중 100명을 대상으로 설문 조사를 실시하였고 수집한 자료를 다음 표와 같이 정리하였습니다. 이 표를 이용하여 우리 지역 탄소 배출량 자료의 특징을 알아봅시다.

연번	탄소 배출량	가족 구성원 수	탄소 소비와 관련된 생활 특징
1	340.03	4	절수기를 사용함.
2	676.14	6	조부모님과 함께 거주함.
3	457.33		플러그 뽑기를 생활화함.
~~~~~			
99	3503.1	4	가족이 외출하는 시간이 많음.
100	405.78	3	컴퓨터 사용 시간이 많음.

학생 A: 이 표만으로는 자료의 특징을 찾기 어렵습니다.

김 교사: 어떻게 하면 자료의 특징을 알 수 있을지 함께 생각해봅시다.

학생 B: 저는 평균으로 자료의 특징을 찾아보려고 합니다.

김 교사: 평균과 같은 대푯값을 구해 보는 것도 좋은 생각입니다. 이와 같이 수치로 나타내는 방법 이외에도 자료의 특징을 쉽게 파악할 수 있는 다른 방법은 ( ㉠ ).

학생 B: 평균으로 자료의 특징을 찾아보려고 표를 살펴보니 빈칸이 하나 있고 99번의 탄소 배출량은 소수점이 잘못 표시되어 있는 것 같습니다. 이런 경우에도 평균을 이용해도 될지 궁금합니다.

김 교사: 좋은 질문입니다. 이와 같이 평균을 이용하기 어려운 상황에서는 ( ㉡ ).

... (하략) ...

탐색적 자료 분석의 관점에서 괄호 안의 ㉠과 ㉡에 김 교사가 제시할 수 있는 지도 내용을 각각 쓰시오. 그리고 탐색적 자료 분석의 관점에서 ㉠과 ㉡의 지도 내용이 적절한 이유를 서술하시오. [4점]

10. 고등학교 확률과 통계의 순열과 조합 단원 수업에서 학생의 추론 능력을 평가하기 위하여 서술형 평가를 실시하였다. 다음은 박 교사가 실시한 평가 문항과 채점 기준표, 그리고 이 평가 문항에 대한 한 학생의 답안이다.

**(가) 평가 문항과 채점 기준표**

- 평가 문항

다음 등식의 참, 거짓을 판단하고 그 이유를 설명하시오. [4점]

$${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \dots + {}_nC_n = 2^n$$

- 채점 기준표

점수	채점 기준
4	- 일반성을 보장하는 추론 유형을 사용하여 참이라고 판단한 경우
2	- 일반성을 보장하는 추론 유형을 사용하였으나 사소한 오류로 인해 거짓이라고 판단한 경우 - 일반성을 보장할 수 없는 추론 유형을 사용하여 참이라고 판단한 경우
1	- 추론 과정에 대한 서술 없이 참이라고 판단한 경우
0	- 그 외의 경우

**(나) 학생의 답안**

$n=1$ 일 때,  ${}_1C_0 + {}_1C_1 = 2$   
 $n=2$ 일 때,  ${}_2C_0 + {}_2C_1 + {}_2C_2 = 4 = 2^2$   
 $n=3$ 일 때,  ${}_3C_0 + {}_3C_1 + {}_3C_2 + {}_3C_3 = 8 = 2^3$  이 된다.  
 따라서 이 등식은 참이다.

위 (나) 학생의 답안에 나타난 추론의 유형을 쓰고, 그 유형의 특성을 설명하시오. 그리고 (가)의 채점 기준표에 근거하여 위 학생의 답안을 채점한 점수를 쓰고, 학생의 추론적 사고가 가진 제한점을 보완할 수 있는 지도 방안을 1가지 서술하시오. [4점]

11. 복소평면  $\mathbb{C}$ 의 영역  $D = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z| < 1\}$ 에 대하여 함수  $f: D \rightarrow \mathbb{C}$ 는 해석적(analytic)이다. 임의의  $z \in D$ 에 대하여 함수  $f(z)$ 가 부등식

$$|f(z)| \leq 1 + \ln\left(\frac{1+|z|}{2|z|}\right)$$

를 만족시킨다.  $z=0$ 은 함수  $f(z)$ 의 제거 가능 특이점(없앨 수 있는 특이점, removable singular point)임을 보이고,

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ 일 때  $f\left(\frac{1+i}{3}\right)$ 의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

12. 좌표평면  $\mathbb{R}^2$ 에서 거리함수(metric, distance function)

$d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 는

$$d(p, q) = \begin{cases} 0, & p = q \\ \max\{\|p\|, \|q\|\}, & p \neq q \end{cases}$$

이다.  $d$ 에 의해 유도된  $\mathbb{R}^2$  상의 거리위상(metric topology)을  $\mathfrak{J}_d$ 라 하자. 위상공간  $(\mathbb{R}^2, \mathfrak{J}_d)$ 의 부분집합

$$A = \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x < 1\}$$

의 폐포(closure)  $\bar{A}$ 를 풀이 과정과 함께 쓰시오.

또한  $(\mathbb{R}^2, \mathfrak{J}_d)$ 에서 콤팩트(compact)인 무한 부분집합  $B$ 의 예를 하나 제시하시오. (단,  $p = (x, y)$ 에 대하여  $\|p\| = \sqrt{x^2 + y^2}$  이고  $\max\{a, b\}$ 는  $a$ 와  $b$  중 작지 않은 수이다.) [4점]

13.  $1 \leq k \leq 2016$ 인 자연수  $k$ 에 대하여

$a_k = k! \times (2017 - k)!$ 일 때, 르장드르 기호(Legendre symbol)의 합

$$\sum_{k=3}^{2014} \left( \frac{a_k}{2017} \right)$$

의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. (참고: 2017은 소수이다.) [4점]

14. 두 연속확률변수  $X, Y$ 는 서로 독립이고 각각 구간  $(0, 2)$ 에서 균등분포(uniform distribution)를 따른다. 확률변수  $Z = X + Y$ 의 확률밀도함수(probability density function)  $f_Z(z)$ 와 평균  $E[Z]$ 를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

<수고하셨습니다.>