2017학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험

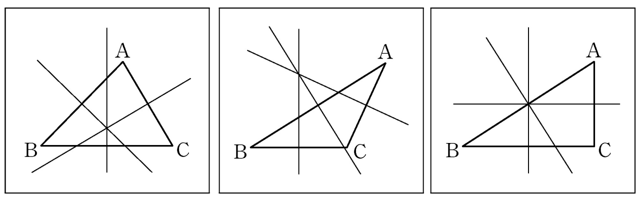
수 학

수험 번호 : (   )　　　　　**성 명 : (   )**

제1차 시험	3 교시 전공B	8문항 40점	시험 시간 90분

○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
○ 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

1. 다음은 김 교사가 딘즈(Z. Dienes)의 수학 학습 이론과 프로이덴탈(H. Freudenthal)의 수학화 교수 · 학습론을 반영하여 작성한 수업 계획의 일부이다.

<table>
<tr><td>학습 목표</td><td>삼각형의 외심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>교수·학습 방법</td><td>협력 학습</td></tr>
<tr><td>교실 환경</td><td>컴퓨터, 빔 프로젝터</td></tr>
<tr><td>준비물</td><td>삼각형 모양의 색종이, 자, 컴퍼스</td></tr>
<tr><td>교수·학습 활동 순서</td><td>(1) 종이 접기를 이용하여 ‘삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.’는 것을 확인하게 한다.
(2) 탐구형 소프트웨어를 이용하여 삼각형의 모양을 다양하게 변화시키면서 (1)에서 찾은 성질이 성립함을 보여 준다.


(3) 지난 시간에 학습한 선분의 수직이등분선의 성질을 이용하여 다음 순서로 삼각형의 외심의 성질을 확인하게 한다.
① 삼각형 ABC에서 두 변 AB, BC의 수직이등분선을 그리시오.
② 두 수직이등분선의 교점을 표시하시오.
③ 변 AC의 수직이등분선을 그리시오.
④ 변 AC의 수직이등분선이 어디를 지나는지 확인하시오.
(4) 모둠 토론을 통하여 삼각형의 외심의 성질에 대하여 형식적인 정당화를 하게 한다.
(5) 모둠별 토론 결과를 발표하게 한다.</td></tr>
</table>

딘즈의 수학적 다양성의 원리를 위의 계획된 수업 상황과 관련지어 설명하시오. 그리고 프로이덴탈의 국소적 조직화가 수학 교수 · 학습에서 갖는 의의 1 가지를 위의 계획된 수업 상황과 관련지어 서술하시오. [4점]

2. 위수(order)가 200인 군 G가 부분군 H와 정규 부분군(normal subgroup) N을 가진다. H와 N의 위수가 각각 8과 40일 때, H가 N의 부분군임을 보이시오. [4점]

3. 3차원 유클리드 내적 공간 $\mathbb{R}^3$에서 두 벡터 $\boldsymbol{v}_1=(1,\ 2,\ 2)$, $\boldsymbol{v}_2=(1,\ -1,\ 2)$로 생성된 부분공간을 V라 하자. V의 임의의 정규직교기저(orthonormal basis) $B=\{\boldsymbol{u}_1,\ \boldsymbol{u}_2\}$에 대하여 B에 의해 결정되는 네 실수 $a_{11},\ a_{12},\ a_{21},\ a_{22}$가 존재하여

$$\boldsymbol{v}_1=a_{11}\boldsymbol{u}_1+a_{12}\boldsymbol{u}_2,\quad \boldsymbol{v}_2=a_{21}\boldsymbol{u}_1+a_{22}\boldsymbol{u}_2$$

일 때, $|a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}|$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.
(단, 두 벡터 $\boldsymbol{u}=(x_1,\ y_1,\ z_1)$, $\boldsymbol{v}=(x_2,\ y_2,\ z_2)$의 유클리드 내적은 $\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$이다.) [4점]

4. 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$는 미분가능하고 도함수 f'이 $\mathbb{R}$에서 연속이다. 자연수 n에 대하여 함수 g_n을

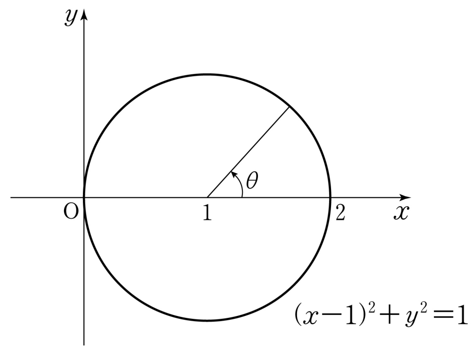
$$g_n(x)=2^n\{f(x+2^{-n})-f(x)\}$$

라 하자. 함수열 $\{g_n\}$이 닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 f'으로 평등수렴(균등수렴, 고른수렴, uniform convergence)함을 보이시오. 또한 $\lim_{n\to\infty}\int_0^1 g_n(x)\,dx=f(1)-f(0)$임을 보이시오. [4점]

5. 3차원 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$에서 곡선 γ를 두 곡면

$$S_1=\{(x,\ y,\ z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2=4,\ z>0\},$$
$$S_2=\{(x,\ y,\ z)\in\mathbb{R}^3 \mid (x-1)^2+y^2=1,\ z>0\}$$

의 교선이라 하자. 아래 그림에서의 각 $\theta\,(0<\theta<2\pi)$를 매개변수로 하는 곡선 $\gamma:(0,\ 2\pi)\to\mathbb{R}^3$의 매개변수표현(parametrized representation) $\gamma(\theta)$를 하나 구하시오. 또한 곡면 S_1 위에 놓인 곡선으로서 γ의 점 $(0,\ 0,\ 2)$에서의 측지곡률(geodesic curvature)의 절댓값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]



6. 유리수 체 $\mathbb{Q}$ 위에서 대수적인 원소 α에 대하여 단순 확대체(simple extension field) $K=\mathbb{Q}(\alpha)$는 $\mathbb{Q}$ 위의 갈루아 확대체(정규 확대체, Galois extension field, normal extension field)이고 차수(degree)는 $[K:\mathbb{Q}]=100$이다. 갈루아 군(Galois group) $G(K/\mathbb{Q})$가 $\sigma(\alpha)=\alpha^{-1}$을 만족시키는 자기동형사상(automorphism) σ를 가질 때, K의 부분체 $F=\mathbb{Q}(\alpha+\alpha^{-1})$의 $\mathbb{Q}$ 위의 차수 $[F:\mathbb{Q}]$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [5점]

7. 상수함수가 아닌 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$가 무한번 미분가능하고 모든 실수 x와 자연수 n에 대하여

$$\left|f^{(n)}(x)\right| \le n^2(|x|+2)$$

를 만족시킬 때, 집합 $\{x\in\mathbb{R}\,|\,f(x)=0,\ |x|<1\}$이 유한집합임을 보이시오. [5점]

※ 다음 정리들은 필요하면 증명 없이 사용할 수 있다.

(가) $c\in(a,\,b)$이고 함수 $f(x)$가 열린구간 $(a,\,b)$에서 $(n+1)$번 미분가능할 때,

$$T_n(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(c)}{k!}(x-c)^k,\ R_n(x)=f(x)-T_n(x)$$

로 놓으면 $R_n(x)=\dfrac{f^{(n+1)}(t_x)}{(n+1)!}(x-c)^{n+1}$이 되는 t_x가 c와 x 사이에 존재한다.

(나) 함수 $g(x)$가 $|x-c|<r$ ($r>0$, c는 상수)인 모든 $x\in\mathbb{R}$에 대하여

$$g(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x-c)^n$$

일 때, 모든 자연수 n에 대하여 $x_n\neq c$, $g(x_n)=0$이고 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=c$인 수열 $\{x_n\}$이 존재하면 $|x-c|<r$인 모든 $x\in\mathbb{R}$에 대하여 $g(x)=0$이다.

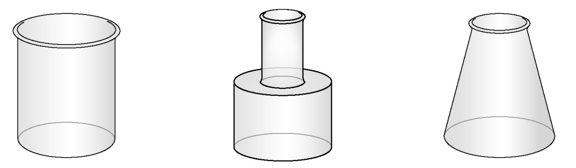
8. 2015 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 중학교 함수 영역에서는 함수 개념을 도입하기 전에 다양한 상황을 그래프로 나타내고 해석하는 것을 다루도록 하고 있다. 이에 두 예비 교사 A와 B는 함수 그래프 지도 이론과 기존의 교과서 자료를 이용하여 함수 영역에 추가된 성취기준에 대한 수업을 설계해 보았다.
다음은 설계한 수업의 [학습 목표], [(가) 예비 교사 A의 활동지], [(나) 예비 교사 B의 활동지]이다. 두 활동지 (가)와 (나)에 기초하여 그래프 지도 방식을 비교하고, (가)와 (나)를 이용하여 수학 수업을 실행하기 위해 수업 장면에서 교사가 살펴보아야 할 사항을 <작성 방법>에 따라 논술하시오. [10점]

[학습 목표]

학습 목표(성취기준) : 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.

[(가) 예비 교사 A의 활동지]

※ 그림과 같은 3개의 용기에 일정한 속도로 물을 따른다고 할 때, 물음에 답하시오.



(ㄱ) (ㄴ) (ㄷ)

1. 각 용기에 물을 채울 때 시간에 따라 변하는 물의 높이를 대략적인 그래프 개형으로 나타내어 보시오.

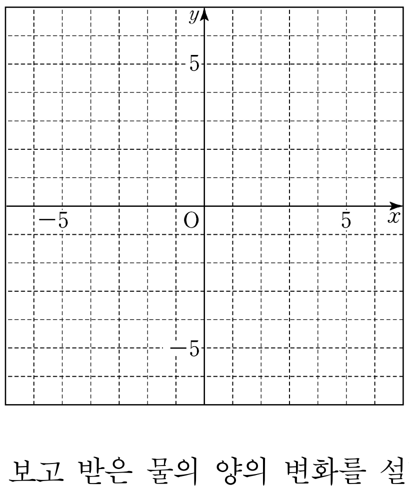
2. 그래프를 보고 시간에 따른 물의 높이의 변화를 설명해 보시오.

[(나) 예비 교사 B의 활동지]

1. 1분에 1L씩 일정한 속도로 물이 나오는 수도꼭지에서 물통에 물을 받고 있다. 물을 받는 시간을 x(분), 받은 물의 양을 y(L)라 할 때, 다음 표를 완성하시오.

x(분)	1	2	3	4	5
y(L)					

2. 위의 표를 이용하여 다음 좌표평면 위에 그래프를 그리시오.



3. 위의 그래프를 보고 받은 물의 양의 변화를 설명하시오.

<작성 방법>

- ○ 크라벤담(H. Krabbendam)의 질적 접근과 양적 접근의 관점에서 그래프 지도 방식을 비교하여 제시할 것.
- ○ 폴리아(G. Polya)의 문제해결 이론에 근거하여 (가)와 (나)의 문제를 해결하는 반성 단계에서 적절한 교사의 공통 발문 1가지와 그 발문이 적절한 이유를 제시할 것.
- ○ (가)와 (나)를 이용하는 수업 장면에서 주의해야 할 극단적인 교수학적 현상을 수업 상황과 관련지어 각각 1가지씩 다르게 제시할 것.
- ○ 중학교 함수 영역의 그래프에 대한 교수・학습 방법에서 유의해야 할 사항을 2015 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에 근거하여 제시할 것.
- ○ 서론, 본론, 결론의 형식을 갖출 것.

<수고하셨습니다.>