



4. 실숫값을 갖는 두 함수

$$u(x, y), v(x, y) = e^{-y}(x \cos x - y \sin x)$$

와 복소수  $z = x + iy$  ( $x, y$ 는 실수)에 대하여,

$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 가 정함수(entire function)이다.

곡선  $C$ 가  $x = \cos t, y = \sin t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ )로 정의된 원일 때,

$$\int_C -yu(x, y)dx + xu(x, y)dy = 6\pi$$

이다.  $f(0)$ 의 값과 함수  $u(x, y)$ 를 각각 풀이 과정과 함께 쓰시오.

[4점]

※ 다음 정리는 필요하면 증명 없이 사용할 수 있다.

복소평면의 열린 집합  $D$ 에서 해석적인 함수  $f: D \rightarrow \mathbb{C}$ 에 대하여,  $r > 0$ 이고  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - z_0| \leq r\} \subset D$ 이면

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(z_0 + re^{it}) dt$$

이다.

5. 3차원 유클리드 공간  $\mathbb{R}^3$ 에서 곡면  $M: z = \frac{1}{4}(x^4 + y^4)$ 과

평면  $H: x + y - z = d$ 가 한 점  $p$ 에서 접할 때, 상수  $d$ 의 값을 구하시오. 또한 접점  $p$ 에서 곡면  $M$ 의 가우스곡률(Gaussian curvature)  $K$ 의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

6. 유리수체  $\mathbb{Q}$  위에서 대수적인 두 실수  $a, b$ 에 대하여 단순 확대체 (simple extension)  $K = \mathbb{Q}(a+bi)$ 가  $\mathbb{Q}$  위의 갈루아 확대체(정규 확대체, Galois extension field, normal extension field)이고 갈루아군 (Galois group)  $G(K/\mathbb{Q})$ 가 아벨군(abelian group)이라 하자.  
 $a^2 + b^2 \in \mathbb{Q}$ 이고  $b \neq 0$ 일 때,  $G(K/\mathbb{Q})$ 의 위수(order)는 짝수임을 보이시오. 또한  $G(K/\mathbb{Q})$ 의 위수를  $2m$ 이라 할 때, 자연수  $m$ 의 각각의 양의 약수  $d$ 에 대하여  $\mathbb{Q}[x]$ 에 속하고 모든 근이 실수이며 차수가  $d$ 인,  $\mathbb{Q}$  위의 기약다항식(irreducible polynomial)이 존재함을 보이시오. (단,  $i = \sqrt{-1}$ 이고  $\mathbb{Q}[x]$ 는  $\mathbb{Q}$  위의 다항식환(polynomial ring)이다.) [5점]

7. 실수열  $\{a_n\}$ 을

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = (2a_n^2 + 1)^{\frac{1}{5}} \quad (n \geq 1)$$

로 정의하자. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $1 \leq a_n \leq 2$ 임을 보이고, 수열  $\{a_n\}$ 이 수렴함을 보이시오. [5점]

8. <자료 1>은 절대부등식을 증명하는 수업 과정에서 학생이 새로운 추측을 제기하는 상황이고, <자료 2>는 김 교사가 <자료 1>의 수업 과정에서 제기된 추측의 증명을 지도하기 위해 작성한 교수·학습 계획서의 일부이다. <자료 2>를 토대로 <자료 1>에서 추측한 명제의 증명을 지도하기 위한 교수·학습 방안을 <작성 방법>에 따라 논술하시오. [10점]

—<자료 1>—

… (상략) …

김 교사: 지금까지 두 실수  $x, y$ 에 대하여 절대부등식  $x^2 + y^2 \geq xy$ 가 성립함을 증명해 보았습니다.

학 생 1: 선생님, 오늘 배운 절대부등식을 보면 세 실수  $x, y, z$ 에 대하여 부등식  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xyz$ 도 성립할 것 같습니다.

학 생 2: 저는 부등식  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ 가 성립할 것 같습니다.

김 교사: 모두 좋은 추측입니다. 두 추측은 모두 참일까요? 여러분은 어떻게 생각합니까?

학 생 들: (서로 다른 반응을 보이며 호기심을 가진다.)

김 교사: 그럼 다음 시간에 확인해 봅시다.

—<자료 2>—

(가) 증명 지도 계획

- 수학에 대한 다음 2가지 관점을 활용한다.

관점	수학관
A	수학은 준경험적이고 오류 가능하며 인간의 창조적 활동의 산물이다. 수학적 지식은 절대적 진리도 아니고 절대적 확실성도 갖지 않으며 끊임없는 개선의 여지가 있다.
B	수학의 형성 과정에서 사회의 역할을 강조한다. 수학적 지식은 절대적인 진리로서 객관적인 것이 아니라 사회적으로 객관적인 것이다.

- 명제는 다음과 같이 증명한다.

**명제**

세 실수  $x, y, z$ 에 대하여 부등식  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ 가 성립한다.

**증명**

세 실수  $x, y, z$ 에 대하여

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$y^2 + z^2 \geq 2yz$$

$$z^2 + x^2 \geq 2zx$$

이므로,

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

이다.

… (중략) …

(나) 평가 계획

- 교수·학습 과정에서 학생의 의사소통 능력과 태도 및 실천 능력을 평가한다.

○ 관찰 평가 도구

관찰 항목		이름			
		S1	S2	...	S21
의사 소통	㉠				
	다양한 관점을 존중하며 다른 사람의 아이디어를 이해한다.				

○ 자기 평가 도구

점검 항목		그렇다	보통 이다	그렇지 않다
		태도 및 실천	㉡	
다른 사람의 의견을 존중하며 협력하였다.				

—<작성 방법>—

- 서론, 본론, 결론의 형식을 갖출 것.
- 서론 부분에는 <자료 1>에서 학생이 사용한 추론 유형과 이 추론에 근거하여 보완해야 할 점을 제시할 것.
- 본론 부분에는 다음 요소를 포함할 것.
  - <자료 2>의 관점 A에서 본 증명의 의미와 그 의미를 근거로 한 교사의 활동 1가지
  - <자료 2>의 관점 B에서 본 증명의 의미와 그 의미를 근거로 한 교사의 활동 1가지
  - 2015 개정 수학과 교육과정의 ‘교수·학습 방법’에서 의사소통 능력, 태도 및 실천 능력 함양을 위해 강조한 사항을 근거로 하여 <자료 2>의 ㉠과 ㉡에 들어가는 항목 각각 1가지

<수고하셨습니다.>